

Použití programů sady ISESLab na střední škole

Jan Koupil

26. dubna 2003

Tento článek obsahuje návodný text, jak by mohly vypadat hodiny fyziky, ve kterých jsou používány vytvořené programy. Každý učitel má pochopitelně svůj styl výuky, přesto věříme, že by zde uvedené postupy mohly zaujmout a inspirovat.

Hrátky se zvukem

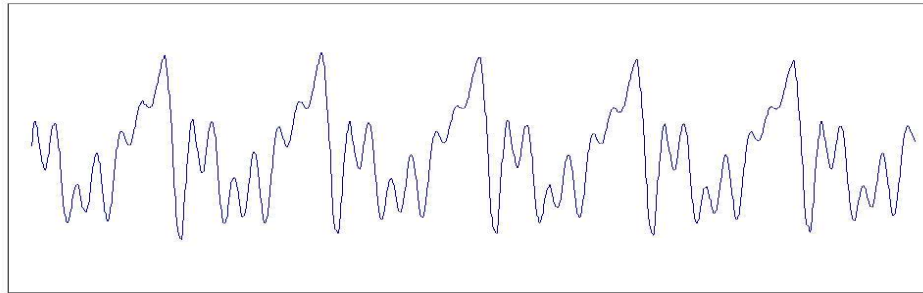
Ke zkoumání akustických jevů jsou přímo určeny programy **ZVUKOVÝ ANALYZÉR**, **SYNTÉZA** a **LADIČKA**. Program **HARMONICKÁ ANALÝZA** je komplexnější a také obsahuje podporu pro demonstrace a měření v akustice. Všechny grafy uvedené v této kapitole byly změřeny, analyzovány a exportovány v programech sady ISESLab.

Co, proč a jak měřit

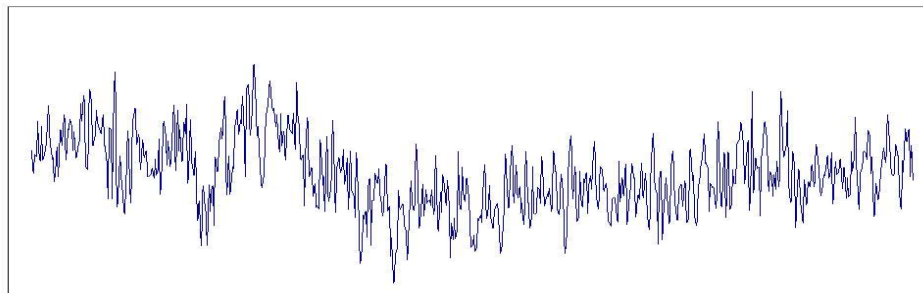
Když se studenti ve druhém ročníku gymnázia učí o kmitech a vlnách, je jim sděleno, že zvuk je příkladem podélného mechanického vlnění a to často pouze s obrázky z učebnice bez nějaké demonstrace.

Pokud chce učitel studentům ukázat, jak zvuk vypadá, může zvolit osciloskop s připojeným mikrofonom (případně se zesilovačem), ISES s jeho modulem mikrofonom nebo nějaký freewarový program, počítač s mikrofonom a zvukovou kartou. S programy sady ISESLab je taková demonstrace také možná – buď se zvukovou kartou v programu **ZVUKOVÝ ANALYZÉR**, a nebo s ISESem v programu **HARMONICKÁ ANALÝZA**. Pro první demonstraci je patrně názornější program **ZVUKOVÝ ANALYZÉR**, protože studenti vidí „jak zvuk běží“, zatímco ve druhém případě je vidět pouze staticky naměřená křivka. Při pokusu je vhodné stáhnout zesílení u frekvenční analýzy na 0 („aby graf nerušil“) a nastavit délku zobrazované oblasti v horním okně (osciloskopu) na zhruba 50 – 100 ms.

V tuto chvíli musí učitel sám uvážit, zda v konkrétní třídě bude spíše přínosem, pokud rozebere, jak se zvuk dostane na monitor počítače, nebo by naopak pouze rozptýlil pozornost.



Obrázek 1: Časový diagram tónu



Obrázek 2: Časový diagram šumu

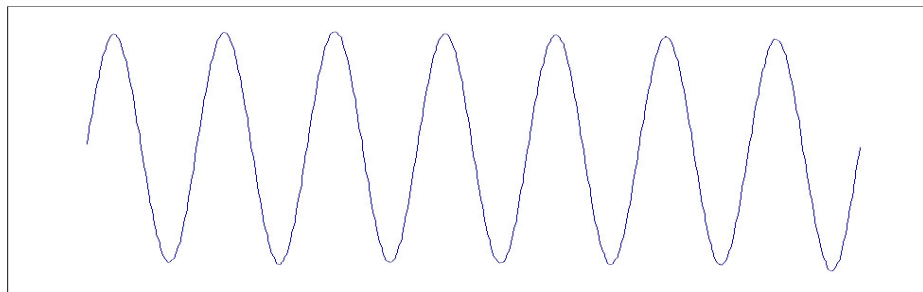
Studentům demonstrujeme několik různých zvuků (řeč, dlouhá znělá slabika, sykavka, šum, ...). Pokud máme dobře nastaveny parametry zobrazení, brzy sami odhalí, že zatímco u samohlásky najdeme delší úseky, které se pravidelně (periodicky) opakují, šum je nepravidelný. Příklady takových průběhů najdeme na obrázcích 1 (samohláska a) a 2 (mikrotenový sáček). Pozorování se shoduje s definicí v jejich učebnici [1].

Dále můžeme nechat různé studenty, aby několik z nich vyslovalo například konkrétní samohlásku a potom aby pozorovali, co záznamy různých hlasů spojuje a rozlišuje. Při dobrém pozorování, podobných hlasech a dostatku času, by studenti mohli dojít k tomu, že časové průběhy signálů se co do tvaru odlišují, ale jisté prvky zůstávají zachovány. Ze zkušenosti se ukazuje, že nejlépe vychází samohlásky i a u, které vypadají velmi podobně u velké skupiny lidí. Je tomu patrně proto, že jsou složeny pouze z malého počtu harmonických frekvencí.

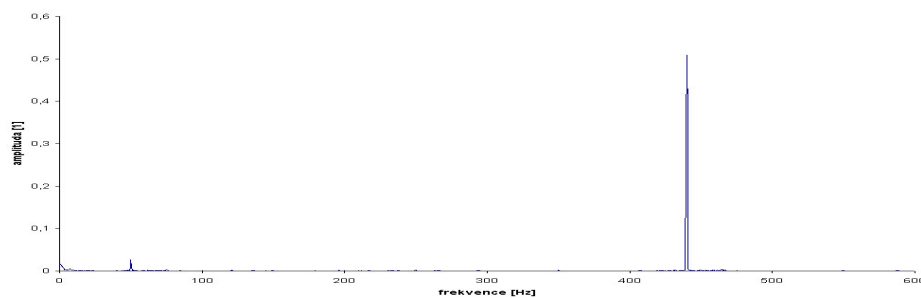
Přirozenou otázkou v této situaci je, jak klasifikovat rozdíly, tedy jak exaktně vyjádřit, v čem se průběhy signálů liší. Teoretický základ k odpovědi získávají studenti

o několik hodin později, kdy je jim řečeno, že: „Výška zvuku je určena jeho frekvencí. U jednoduchých tónů s harmonickým průběhem určuje frekvence absolutní výšku tónu. Složené tóny jsou výsledkem superpozice většího počtu jednoduchých tónů a jejich frekvence jsou násobky základního tónu.“ [1] Takové sdělení je obtížně představitelné a vyžaduje, pokud nám na něj zbývá čas, experimentální ověření.

K demonstraci budeme potřebovat nástroj, který umožní měřit jednotlivé frekvenční složky signálu (například programy **HARMONICKÁ ANALÝZA** nebo **ZVUKOVÝ ANALYZÉR**). Tyto programy určují diskrétní spektrum frekvencí metodou rychlé Fourierovy transformace. O této matematicky náročné metodě není z didaktických důvodů vhodné hovořit, je lépe dívat se na program jako na „detektor frekvencí,“ černou skříňku se známou funkcí.



Obrázek 3: Tón ladičky



Obrázek 4: Analýza tónu ladičky

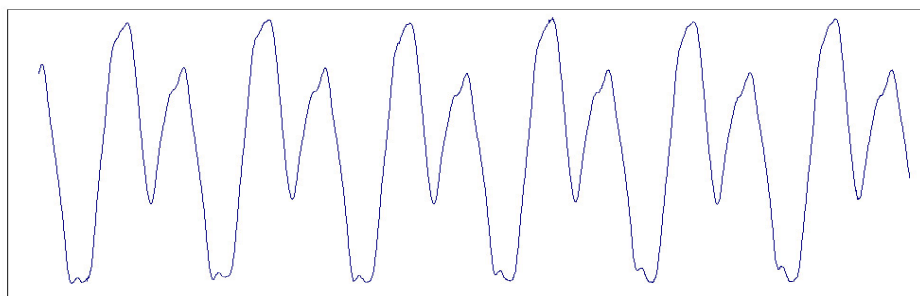
O tom, že zvolený program skutečně měří frekvenci přesvědčíme studenty například jednoduchým pokusem s ladičkou. Při hodině se obvykle dozvedí, že ladička vydává tón s téměř harmonickým průběhem. Změříme tedy záznam z ladičky a porovnáme jej opticky se sinusoidou. Pokud používáme program **HARMONICKÁ ANALÝZA**, můžeme v jednom z oken záznamů ponechat naměřený signál a do druhého okna vytvořit čistý sinusový signál. Vytvoření provedeme tak, že nejprve zvolíme z hlavního menu položku

upravit a poté klepneme na tlačítko *vytvořit*. Při vytváření je vhodné zvolit stejnou nosnou frekvenci, s jakou jsme měřili zvuk ladičky a také stejnou frekvenci signálu. Ve spodním okně programu je vidět spektrum frekvencí, které je velmi dobře nulové, až na jeden pík odpovídající frekvenci tónu ladičky, respektive simulovaného signálu. Tímto pokusem jednak demonstrujeme, že program vyhodnotí sinusový signál jako jedinou frekvenci, ale také to, že jej vyhodnotí téměř stejně jako tón ladičky, tedy oba průběhy jsou téměř identické (to můžeme zkontrolovat i opticky). Současně jsme i ověřili, že frekvence změřená programem odpovídá frekvenci vyražené na kovovém těle ladičky. V experimentu, ze kterého pochází záznam na obrázku 3 a 4, byla použita ladička s frekvencí kmitů 440 Hz.

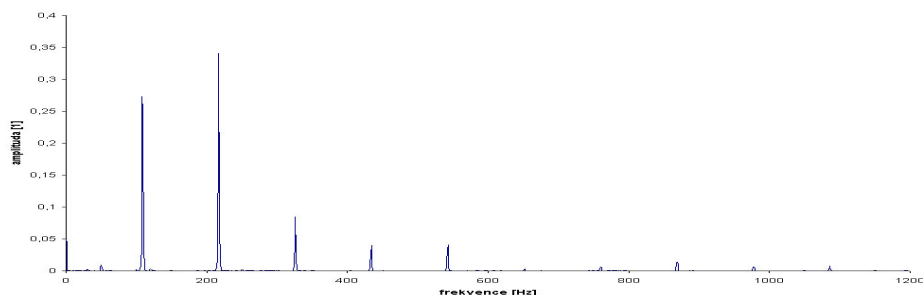
Máme-li takto připravenou půdu, můžeme ukázat zajímavější zvuky a jejich analýzu. Následující experimenty předpokládají při demonstraci použití kytary.

Akustika na kytáře

Tón na struně kytary vzniká chvěním struny mezi nultým pražcem a kobylkou. Pokud rozechvějeme jednu strunu, můžeme získat průběh podobný obrázku 5. V tuto chvíli je lepší, abychom získali velké množství harmonických frekvencí, udeřit na strunu blízko kobylky. Tím se vybudí větší množství módů. Z analýzy získaného zvuku (obr. 6) je zřejmé, že zvuk struny je skutečně složen z několika frekvencí, které jsou celistvými násobky nejnižší, základní frekvence.



Obrázek 5: Tón kytary hraný u kobylky



Obrázek 6: Analýza tónu kytary z obrázku 5

Například na prázdné struně *A*, která je na obrázcích, naměříme sadu frekvencí 108 Hz, 217 Hz, 326 Hz, 434 Hz, 543 Hz, 650 Hz, 760 Hz, 869 Hz, 978 Hz, 1085 Hz. Tato série výborně splňuje tvrzení o tom, že vyšší harmonické frekvence jsou násobkem frekvence základní.

Ladění

Ponechme zatím stranou vyšší harmonické frekvence a věnujme se výšce tónu. Ta je podle teorie dána frekvencí nejnižší harmonické složky v tónu, což můžeme snadno ukázat. Pro následující demonstrace je praktičtější, i když ne nutné, použití programu **ZVUKOVÝ ANALYZÉR**.

Hned po prvních tónech studenti jasně odhalí, že vyšší tón znamená i vyšší základní frekvenci a pokud je třída naladěna na experimentování, mohou začít zkoumat, jaký je vztah mezi púltóny a jak souvisí s délkou struny. Dobrým začátkem je změřit frekvence jednotlivých púltónů na jedné struně. Například pro strunu *h* získáme přibližně tyto hodnoty:

pražec	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
tón	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>c</i> [#]	<i>d</i>	<i>d</i> [#]	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>f</i> [#]	<i>g</i>	<i>g</i> [#]	<i>a</i>	<i>a</i> [#]	<i>h</i>
f [Hz]	246	262	277	294	312	331	350	370	393	417	440	468	495

Při analýze těchto dat mohou studenti například vynést hodnoty do grafu a prokládáním různých typů křivek zjistí, že nejlépe naměřeným hodnotám odpovídá exponenciála. Podobně mohou objevit, že poměr dvou sousedních frekvencí zůstává vždy stejný (to je samozřejmě také vlastnost exponenciály, nebo, jinými slovy, geometrické posloupnosti). Z dat zde uvedených vychází poměr dvou následujících frekvencí ($1,06 \pm 0,01$).

K dalším možným pozorováním patří to, že se frekvence zdvojnásobí po dvanácti půltónech. Pokud již studenti znají geometrickou posloupnost, jsou schopni z uvedených údajů určit její kvocient. Pro libovolné dva po sobě následující členy geometrické posloupnosti platí vztah

$$a_{n+1} = a_n q.$$

Postupným dosazováním zjistíme, že pro dvanáctý člen platí

$$a_{n+12} = a_n q^{12},$$

a protože jsme zjistili, že $a_{n+12} = 2 a_n$, určíme kvocient posloupnosti jako

$$q = \sqrt[12]{2} \doteq 1,059.$$

Tato teoretická hodnota je ve velmi dobré shodě s naměřenou hodnotou $(1,06 \pm 0,01)$.

Z uvedených úvah vyplývá, že frekvence jednoho tónu, automaticky určuje frekvence všech ostatních tónů. Ladění, ve kterém frekvence vyšších tónů získáme násobením $\sqrt[12]{2}$, se nazývá temperované a využívají jej například klávesové nebo některé strunné nástroje. Toto ladění není dokonalé, obzvláště v některých polohách může cvičenému uchu znít až nepříjemně, proto se pro nástroje, které to umožňují (například housle), využívá obvykle matematicky složitější ladění přirozené neboli pythagorejské. V pythagorejském ladění jsou hudební intervaly vyjádřeny poměrem celých čísel – kvinta $\frac{3}{2}$, kvarta $\frac{4}{3}$ atd.

Bližší popis přirozeného ladění najdeme obvykle v každé učebnici hudební nauky [2], se studenty ale není příliš účelné se jím podrobně zabývat. Uvedené poměry jsou samozřejmě téměř stejné i v temperovaném ladění, což také můžeme ukázat – podíl frekvencí tónů pro kvintu $h - f^\#$ je 1,50 a pro kvartu $h - e$ je 1,34.

Z těchto poznatků také vyplývá způsob, programování elektronických ladiček – elektronický čip analyzuje nejsilnější frekvenci obsaženou v signálu a té přiřadí konkrétní tón. Matematicky probíhá přiřazení na základě určující frekvence, kterou je obvykle komorní a se základní frekvencí $f_0 = 440$ Hz. Odvodili jsme již, že pro frekvenci každého čistého tónu v temperovaném ladění platí

$$f = f_0 \left(\sqrt[12]{2} \right)^n$$

Informace o tom, o jaký tón se jedná, je skryta v proměnné n . Abychom ji vyjádřili, rovnici upravíme a zlogaritmujeme.

$$\frac{f}{f_0} = \left(\sqrt[12]{2} \right)^n$$

$$\ln f - \ln f_0 = n \ln \left(\sqrt[12]{2} \right)$$

Po výsledné úpravě získáme rovnici pro n .

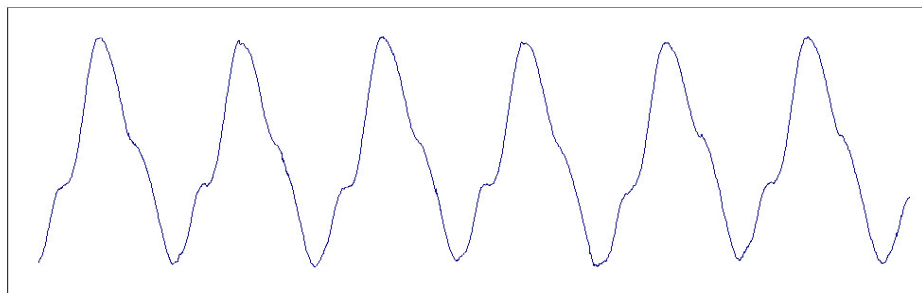
$$n = \frac{12}{\ln 2} (\ln f - \ln f_0)$$

Vzhledem k tomu, že měříme reálný a ne ideální signál, nebude číslo n celé. Pro přiřazení příslušného tónu jej tedy zaokrouhlíme a dělíme modulo 12. Výsledek udává počet půltónů, o které se měřený tón liší od tónu a .

U ladičky bývá zvykem, že ukazuje nejen, o který tón se jedná, ale také analogovou ručkou udává, jak přesný tón je. Stupnice, na které ručka ukazuje, je obvykle škálována od -50 do 50 a hodnoty mají význam 100násobku desetinné části čísla n . Tímto způsobem je také naprogramována **LADIČKA** ze sady ISESLab.

Flázolety a vznik tónu na struně

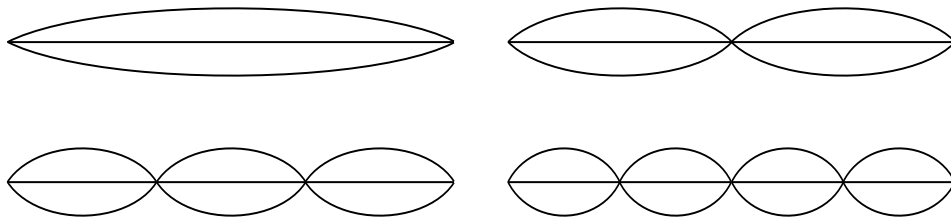
Další otázkou, kterou jsme schopni studentům přiblížit je, kde a proč vznikají na struně vyšší harmonické frekvence. Na vysvětlení může studenty částečně navést, pokud k záznamu struny A z obrázku 5 přidáme zvuk stejné struny, tentokrát ovšem zahrany jemně palcem nad 12 pražcem (obrázek 7). Takto zahrany tón má mnohem lépe harmonický průběh, je tedy mnohem blíže čistému základnímu tónu. Tento tón má stejnou výšku ale výrazně jinou barvu, než měl tón zahrany u kobylky.



Obrázek 7: Tón hraný nad 12. pražcem

Podobně můžeme simulovat vznik druhé, třetí nebo čtvrté harmonické frekvence snímáním zvuku flažoletu. Flažolet vytvoříme tak, že přiložíme prst levé ruky lehké na strunu nad speciální pražec a pravou rukou na strunu zahrajeme. Speciální jsou ty pražce, které dělí krk kytary na poloviny (12.), třetiny (7. nebo 19.) nebo čtvrtiny (5.). Další flažolety jsou obvykle velmi špatně slyšitelné. Analýzou zvuku flažoletů zjistíme, že jejich průběhy jsou velmi dobře harmonické a frekvence odpovídají 2., 3. a 4. vyšší harmonické frekvenci v původním tónu.

Chvění struny na kytáře je typickým příkladem stojatého vlnění (což můžeme velmi pěkně demonstrovat například se stroboskopem, nebo proti televizní obrazovce či monitoru počítače). Struna může kmitat současně v mnoha módech, přiložením prstu ale vnutíme této stojaté vlně do konkrétního místa uzel. Vytvoříme-li jej v polovině délky struny, bude frekvence proti prázdné struně dvojnásobná (první flažolet je o oktávu výše, délka půlvlny na struně je poloviční), ve třetině délky bude trojnásobná atd. Názorně je situace rozkreslena na obrázcích 8 a) – d). Při normálním úderu potom struna kmitá současně ve všech těchto módech a každému z nich přísluší určitá vyšší harmonická frekvence.



Obrázek 8: Jednotlivé módy kmitání struny na kytáře

Analýza a syntéza

S programy **HARMONICKÁ ANALÝZA** a **ZVUKOVÝ ANALYZÉR** si studenti mohou prohlédnout, jak vypadá frekvenční spektrum různých zvuků a objevit, že barva zvuku souvisí se zastoupením vyšších harmonických frekvencí. Když se tyto jevy se třídou rozeberou, může se objevit dotaz, „zda by to šlo obráceně.“ Zda nastavením vhodného poměru harmonických frekvencí lze dosáhnout tónu shodného například s kytarou nebo flétnou. K tomu je určena aplikace **SYNTÉZA**, ve které si můžeme vytvořit tón s konkrétním poměrem osmi harmonických frekvencí a přehrát jej přes výstup zvukové karty.

Můžeme zde pohodlně ukázat, jak se mění barva tónu přidáním nebo ubráním vyšší harmonické frekvence, jak zní tón, který tvoří pouze liché násobky základní frekvence a podobně.

Lidské ucho je schopno velmi dobře rozlišit změnu frekvence. Pokud ale změníme počáteční fázi některé ze sinusoid, rozdíl sluchem nepoznáme. Vzhledem k tomu, že na čelním panelu programu **SYNTÉZA** je vidět jedna perioda výsledného zvuku a radikální změna jejího tvaru při změně počáteční frekvence, je tento fakt velmi překvapivý.

Tato aplikace je ideální „na hraní,“ když můžeme nechat studenty, ať zkouší, co dokážou. Lze jim například poradit, aby nejprve zjistili, v jakém poměru jsou harmonické frekvence reálně zastoupeny u kytary a potom se pokusili zvuk kytary nasyntetizovat. Výsledek, kterého dosáhnou je sice původnímu zvuku stále výrazně vzdálen, nicméně se již nejedná o čistý a plochý zvuk jedné sinusoidě.

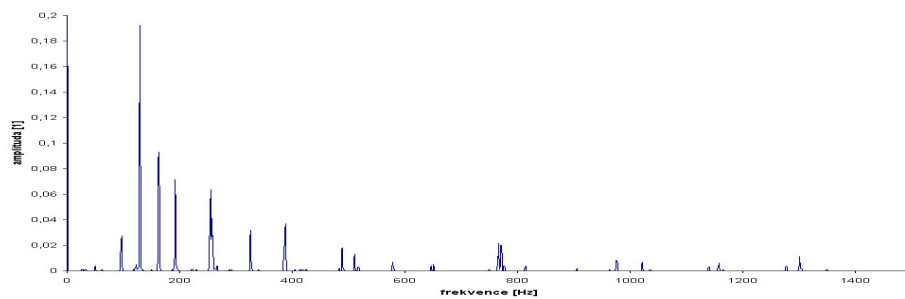
Program **SYNTÉZA** je také vhodný pro vysvětlení pojmu superpozice kmitů.

Frekvenční spektrum – „otisk prstu“

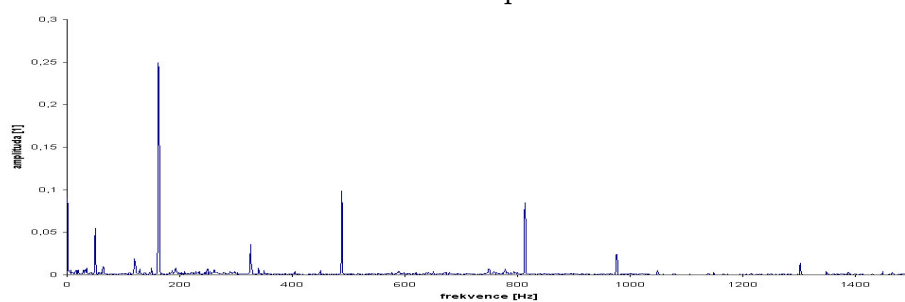
Podobně jako jsme hledali jednotlivé vyšší harmonické frekvence ve spektru a z jejich intenzity určili, jak silně je zastoupen příslušný mód kmitů, můžeme ve spektru složitějšího zvuku, (například akordu) hledat, které tóny jsou v něm zastoupeny. Na obrázcích 9 - 12 vidíme plný akord C, který se skládá z tónů c , e a g . Ve spektru frekvencí jasně rozpoznáme čáry, které patří k příslušným tónům. Při porovnávání má smysl sledovat pouze polohy čar a nikoliv jejich výšku (amplitudu), protože se nikdy nepodaří zahrát tentýž tón dvakrát přesně stejně. Aby byla rozlišovací schopnost větší, jsou měřeny delší úseky tónu (1-2 s), při kterých se již projeví útlum kmitů struny. Obzvláště vyšší frekvence se při každém pokusu zatlumí jinak rychle, proto nemá výška čáry velkou vypovídací hodnotu.

Ve spektru akordu najdeme také čáry, které nejsou obsaženy ve spektru žádného z tónů. Tyto čáry náleží tónům hraným na hlubokých strunách, které zde vyobrazeny nejsou. Čára odpovídající frekvenci 50 Hz nepatří ke zkoumanému akordu, jedná se o frekvenci rozvodné sítě, která se patrně indukuje na přívodních vodičích k mikrofonu nebo v převodníku.

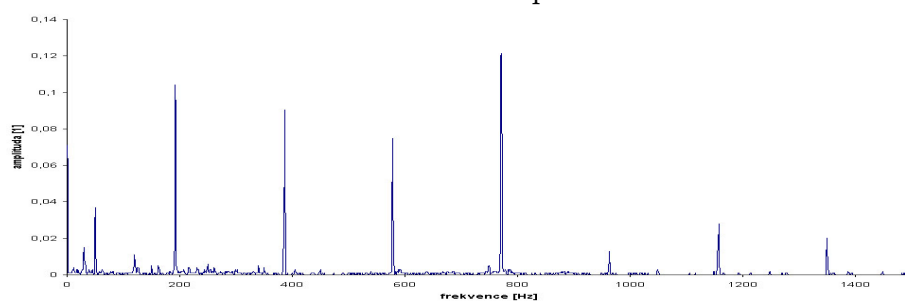
Jak vidíme, každá struna zanechala svůj „otisk prstu“ v podobě svých čar ve frekvenčním spektru. Výsledný zvuk není nic jiného, než superpozice (složení) zvuků jednotlivých dílčích strun. Podobným způsobem je možné analyzovat i jiné zvuky, přičemž



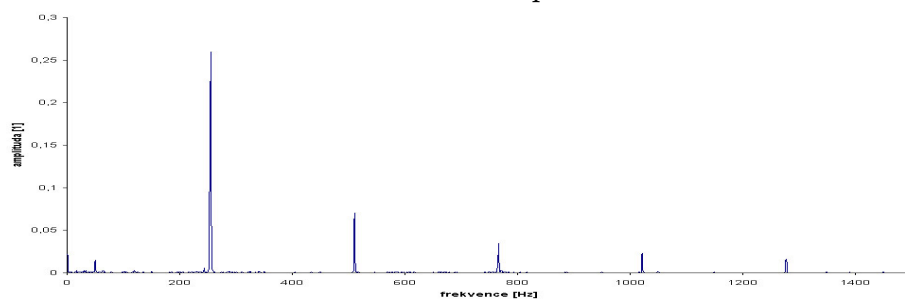
Obrázek 9: Frekvenční spektrum akordu C



Obrázek 10: Frekvenční spektrum tónu c



Obrázek 11: Frekvenční spektrum tónu e



Obrázek 12: Frekvenční spektrum tónu g

každý zvuk je svou barvou charakteristický. Na základě frekvenční analýzy jsou založeny například i metody počítačového rozpoznávání hlasu.

Rázy

Skládají-li se dva tóny o blízkých frekvencích a přibližně stejné hlasitosti, neuslyšíme dva, ale pouze jeden tón, jehož intenzita se periodicky zesiluje a zeslabuje. Tomuto jevu říkáme rázy nebo zázněje. Matematické vysvětlení vzniku rázů je jednoduché – jedná se o superpozici dvou vln [3]. Časový průběh výchylek v jednom místě můžeme zapsat vztahy

$$s_1 = s_m \cos(2\pi f_1)t \quad \text{a} \quad s_2 = s_m \cos(2\pi f_2)t.$$

Podle principu superpozice je okamžitá výchylka rovna

$$s = s_1 + s_2 = s_m [\cos(2\pi f_1)t + \cos(2\pi f_2)t].$$

Za použití vztahu pro součet goniometrických funkcí přepíšeme rovnici na tvar

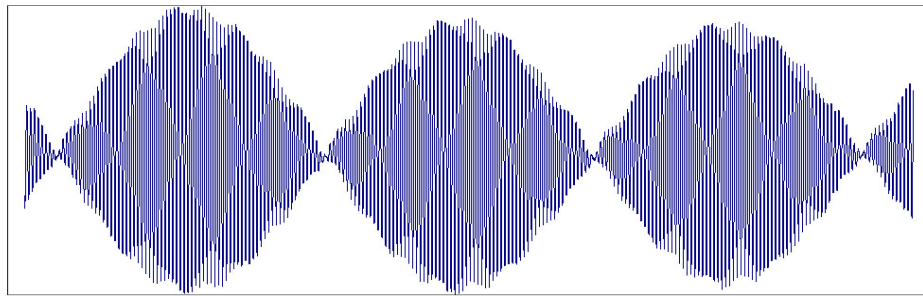
$$s = 2s_m \cos \pi(f_1 - f_2)t \cos \pi(f_1 + f_2)t.$$

Substitucí $f = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$ a $f' = \frac{1}{2}(f_1 - f_2)$ pak získáme finální vztah

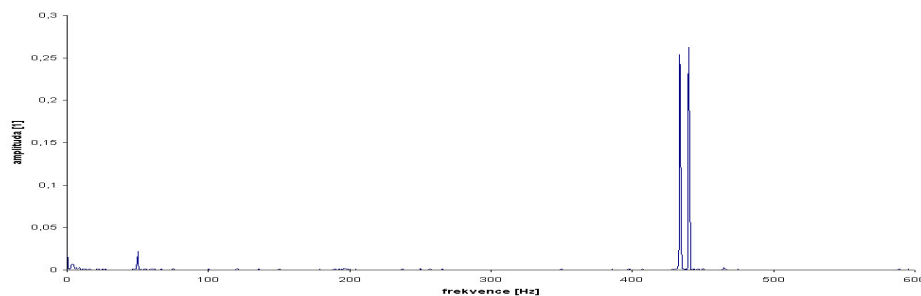
$$s = 2s_m \cos(2\pi f')t \cos(2\pi f)t.$$

Uvážíme-li, že frekvence f_1 a f_2 jsou si téměř rovny, pak platí, že $f' \ll f$. Vzniklé kmity budou proto odpovídat funkci kosinus s frekvencí f , jejíž amplituda se periodicky mění a obalovou křivkou je kosinusoida s frekvencí f' . Takový průběh je znázorněn na obrázku 13. Jedná se o zvuk dvou ladiček o frekvencích 435 Hz a 440 Hz.

Na střední škole se v hodinách fyziky o rázech vykládá, obvykle bez matematického odvození. Pokud se po výkladu studentů zeptáme, jak bude vypadat spektrum frekvencí takového zvuku, bude se většina domnívat, že najdeme dvě čáry s frekvencemi f a f' . Že tomu tak není a že ve spektru najdeme opět frekvence původních tónů (obr. 14), je v první chvíli překvapí. Když situaci rozebereme a studenti si uvědomí, že rázy vznikají superpozicí dvou frekvencí, bude jim už výsledek analýzy připadat samozřejmý a někteří možná i lépe pochopí, co superpozice znamená.



Obrázek 13: Rázy ve zvuku dvou ladiček



Obrázek 14: Analýza rázů

Dopplerův jev

Pokud posloucháme zvuk vydávaný zdrojem, který se pohybuje, zjistíme, že jeho výška je jiná, míří-li zdroj k nám nebo od nás. Tento jev se nazývá Dopplerův a zná jej každý, koho někdy v životě předjížděla na silnici houkající sanitka.

Fyzikální vysvětlení vychází z konečné rychlosti šíření zvuku [3]. Předpokládejme, že detektor zvuku je v klidu a zdroj se pohybuje rychlostí v_z . Rychlost zvuku označme v . Tím, že se zdroj pohybuje, se mění vzdálenost mezi vysílanými vlnoplochami, tedy vlnová délka.

Pro popis její změny položíme $T = \frac{1}{f}$. Perioda T označuje dobu mezi vysláním dvou po sobě následujících vlnoploch W_1 a W_2 . Během doby T se první vlnoplocha W_1 posune o vzdálenost vT a zdroj o vzdálenost $v_z T$. Po uplynutí doby T je vyslána vlnoplocha T_2 . Vzdálenost mezi W_1 a W_2 ve směru pohybu zdroje (a tedy registrovaná vlnová délka λ') je rovna $vT - v_z T$. Když vlnoplochy dopadnou na detektor, budou zaznamenány s frekvencí f' danou vztahem

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_z T} = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{v_z}{f}} = f \frac{v}{v - v_z}.$$

Ve škole můžeme Dopplerův jev demonstrovat s tyčí, která je zavěšená v těžišti na gumovém úponu. Pokud do tyče udeříme kladivem, vznikne v tyči stojaté vlnění, jehož frekvence je dána délkou tyče a rychlostí zvuku v tyči. My slyšíme tón této frekvence. Uprostřed tyče se vytvoří uzel, neboť jsou zde kmity tlumeny úponem, na koncích tyče vzniknou kmitny. Pokud bychom zvuk analyzovali, 2. ani 4. harmonickou frekvenci ne-najdeme, protože jejich existence by vyžadovala, aby v místě úponu byla kmitna.

Pokud nyní tyč roztočíme s úhlovou rychlostí ω kolem osy procházející úponem, budou se její konce vzhledem k nám pohybovat nejvýše rychlostí $v_{max} = \omega \frac{l}{2}$, kde l je délka tyče. Původně monofrekvenční tón, který tyč vydávala v klidu, se tak v důsledku Dopplerova jevu rozpadne na širší spektrum. Na obrázku 15 vidíme, že tomu tak skutečně je. Vysoká křivka odpovídá zvuku tyče v klidu, širší spektrum rotující tyči.

Při experimentu byla použita hliníková tyč délky $l = 1,2$ m, která se v průběhu měření otáčela s periodou $T = 1,0$ s. Frekvence zvuku tyče v klidu byla $f = 2077$ Hz, rychlost zvuku ve vzduchu při teplotě měření $v = 334$ m s⁻¹.

Nejvyšší rychlost, které dosahovaly konce tyče (a tedy zdroje zvuku) vzhledem k mikrofonu pro uvedené údaje vychází

$$v_{max} = \pm \omega \frac{l}{2} = \pm \frac{2\pi}{T} \frac{l}{2} \doteq 3,8 \text{ m s}^{-1}.$$

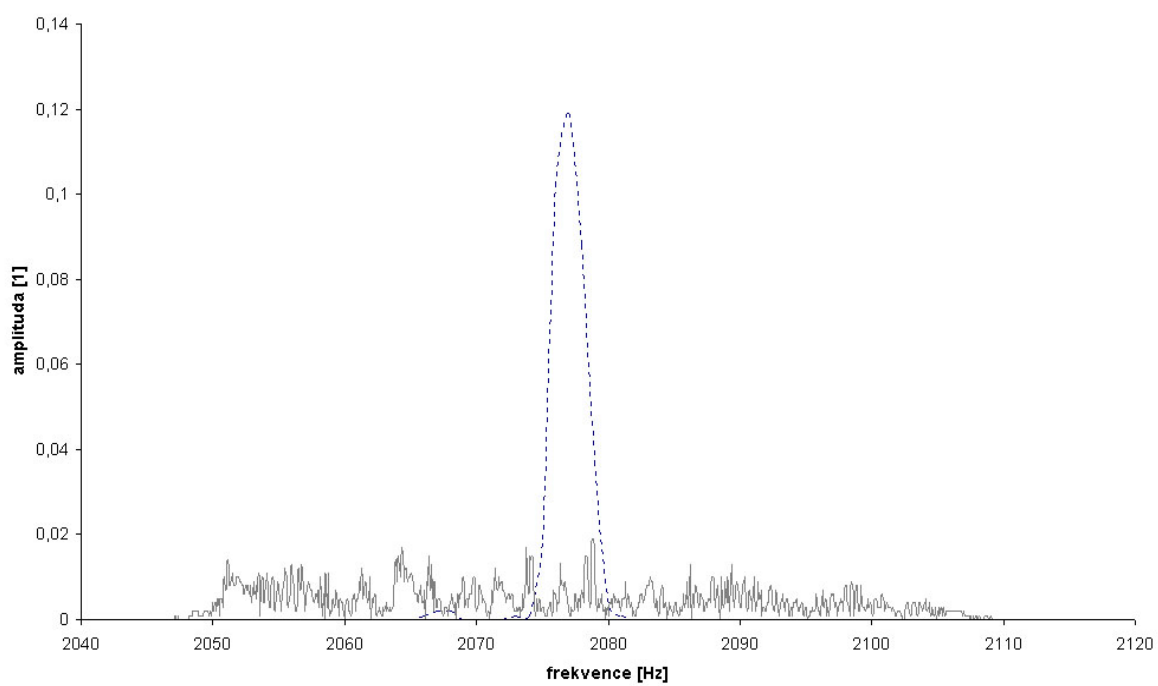
Frekvence měřených signálů by tedy měly být omezeny hodnotami

$$f'_{min} = f \frac{v}{v + v_{max}} \doteq 2050 \text{ Hz} \quad \text{a} \quad f'_{max} = f \frac{v}{v - v_{max}} \doteq 2100 \text{ Hz}$$

Odečtením z grafu zjistíme, že reálně se frekvence zvuku rotující tyče pohybují v intervalu 2048 Hz – 2107 Hz, což můžeme, vzhledem k nepřesnému určení periody otáčky tyče, považovat za velmi dobrou shodu s teorií.

Reference

- [1] LEPIL, Oldřich. *Fyzika pro gymnázia - Mechanické kmitání a vlnění*. Praha: Prometheus, 1994. 135 s.
- [2] ZENKL, Luděk. *ABC Hudební nauky*. Praha: Editio Supraphon, 1991. 197 s.
- [3] HALLIDAY, David; Resnick, Robert; Walker, Jearl. *Fyzika, Mechanika – Termodynamika*. Brno: VUTIUM, 2000. 247 s.



Obrázek 15: Dopplerův jev měřený s rotující hliníkovou tyčí